Fluiddynamik Übung

Semesterwoche 11

- Lernziele Übung 2.3
- Kräfte auf umströmte Körper
- Quiz
- Strom- & Potentiallinien von Elementarlösungen
- Lösungsstrategien
- Vorgehen bei instationärer Potentialströmung

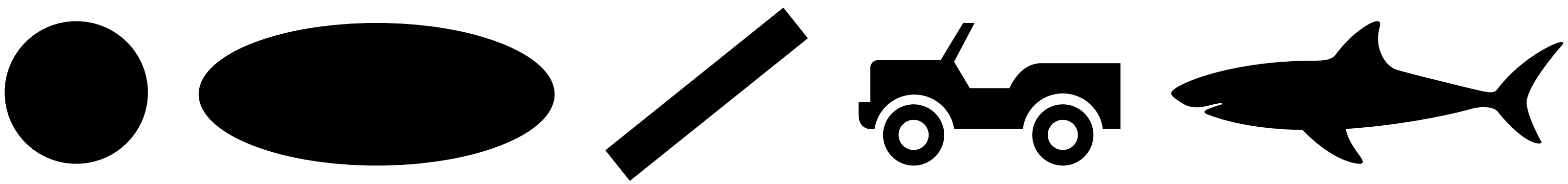
Lernziele Übung 2.3

- **Übungsserie 2.3** : Potentialströmungen $\rightarrow$ Kapitel 9, Anhang D
  - Grundkonzepte der Potentialströmungen
  - Wände und Spiegelungen, induzierte Geschwindigkeiten
  - Auftriebskraft durch Zirkulation
  - Darstellung von charakteristischen Linien in der Strömung
  - Konforme Abbildung und instationäre Potentialströmung
- **Übungsstunde** : Konzepte und Anwendungen
  - Kräfte auf umströmte Körper $\rightarrow$ Kapitel 9.3/9.4
  - Konforme Abbildung $\rightarrow$ Anhang 9.5
  - Instationäre Potentialströmung $\rightarrow$ Kapitel 9.6
  - Lösungsstrategien

D'Alembertsches Paradoxon

In einer stationären, ebenen, wirbel- und reibungsfreien, inkompressiblen Strömung wirkt **in Anströmrichtung keine (resultierende) Kraft** auf den umströmten Körper.

- Gilt nicht bei instationären Potentialströmungen.
- Gilt für einen beliebig geformten Körper.



Berechnung von Kräften auf umströmte Körper

Beispiel: Aufgabe 7h, Übungsserie 2.3

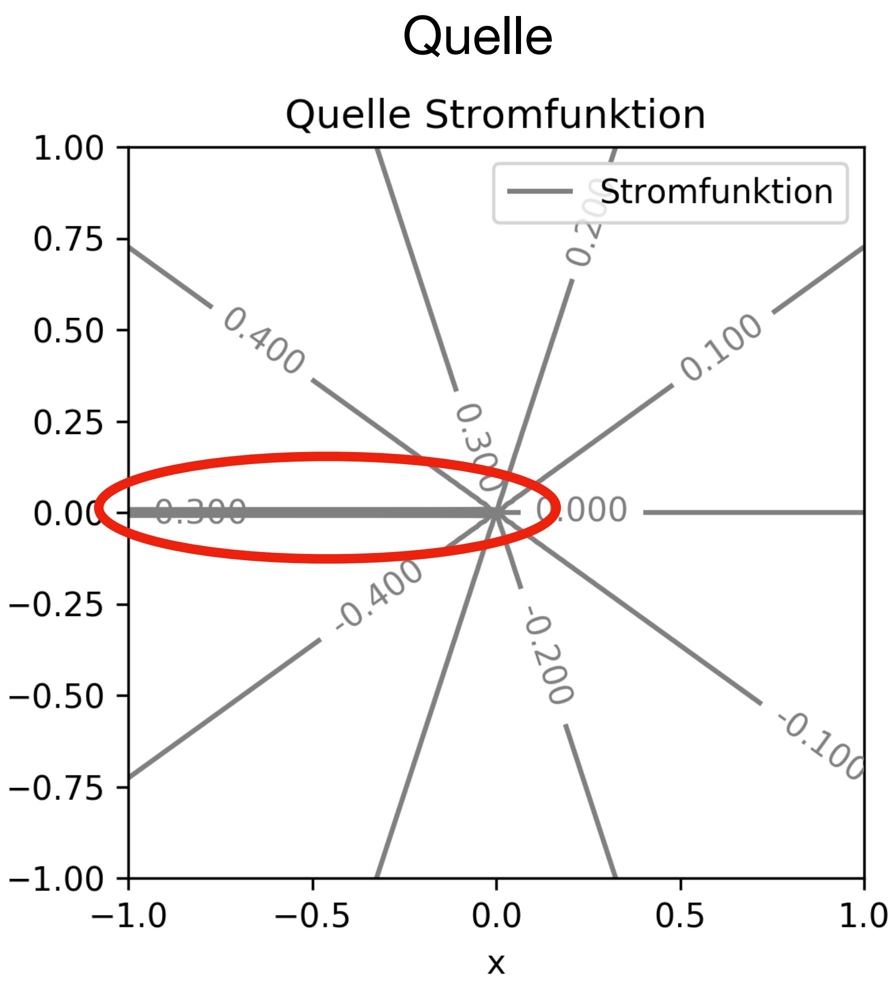
stationäre, reibungsfreie Potentialströmung um einen **Kreiszylinder**, der aus zwei Hälften **entlang der x-Achse zusammengeklebt** ist

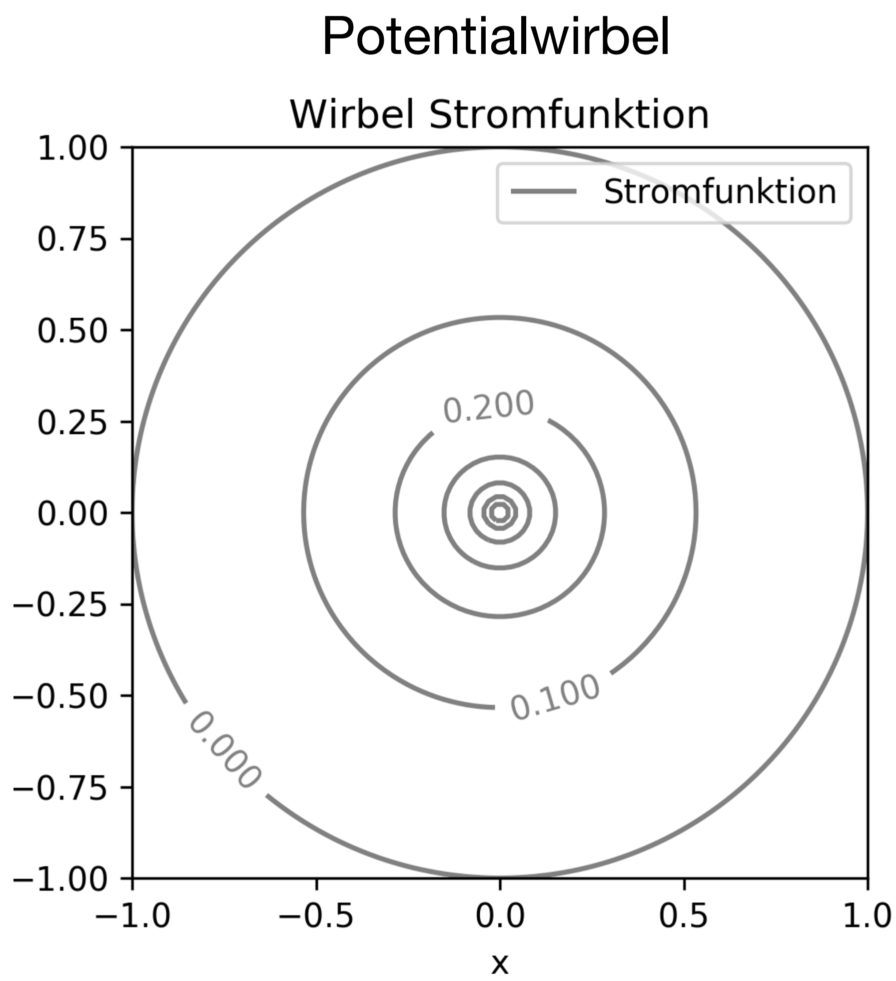
Druck in der Klebestelle = Staudruck

$$p_{\mathsf{K}} \equiv p_s = p_\infty + \frac{\varrho}{2} u_\infty^2$$

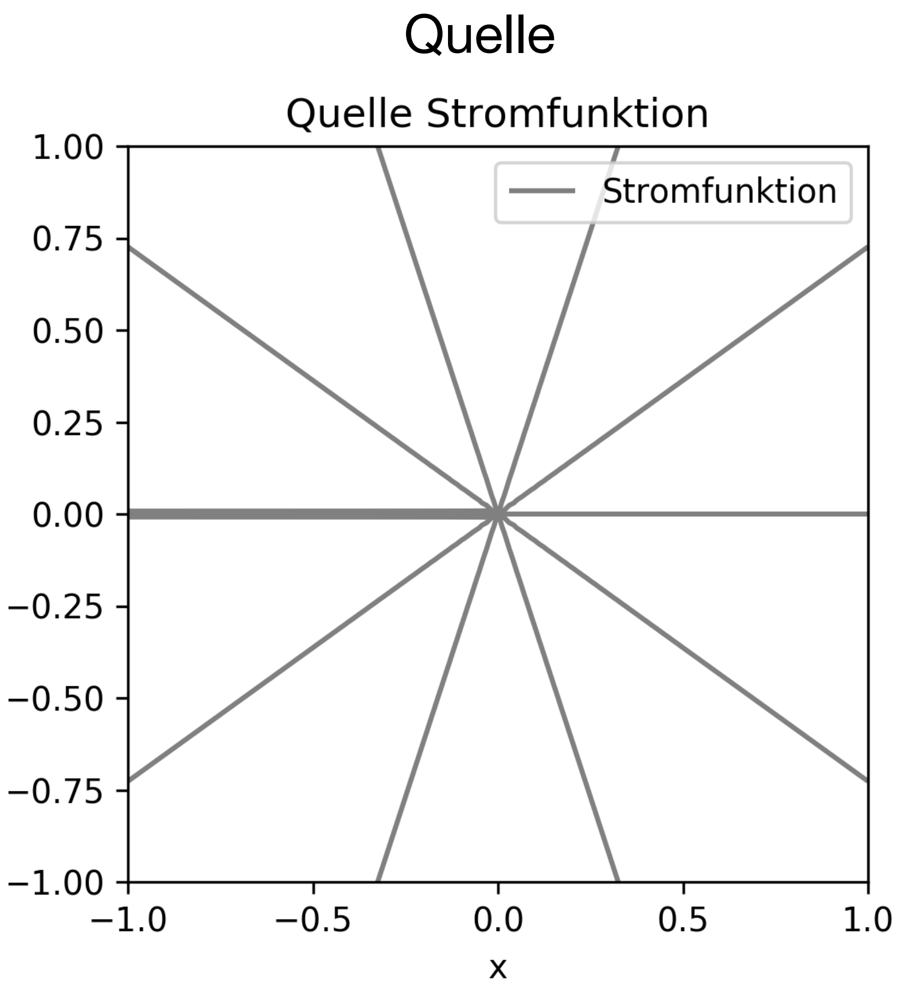
Berechnen Sie die **Kraft auf die Klebestelle** pro Längeneinheit.

Strom- & Potentiallinien von Elementarlösungen



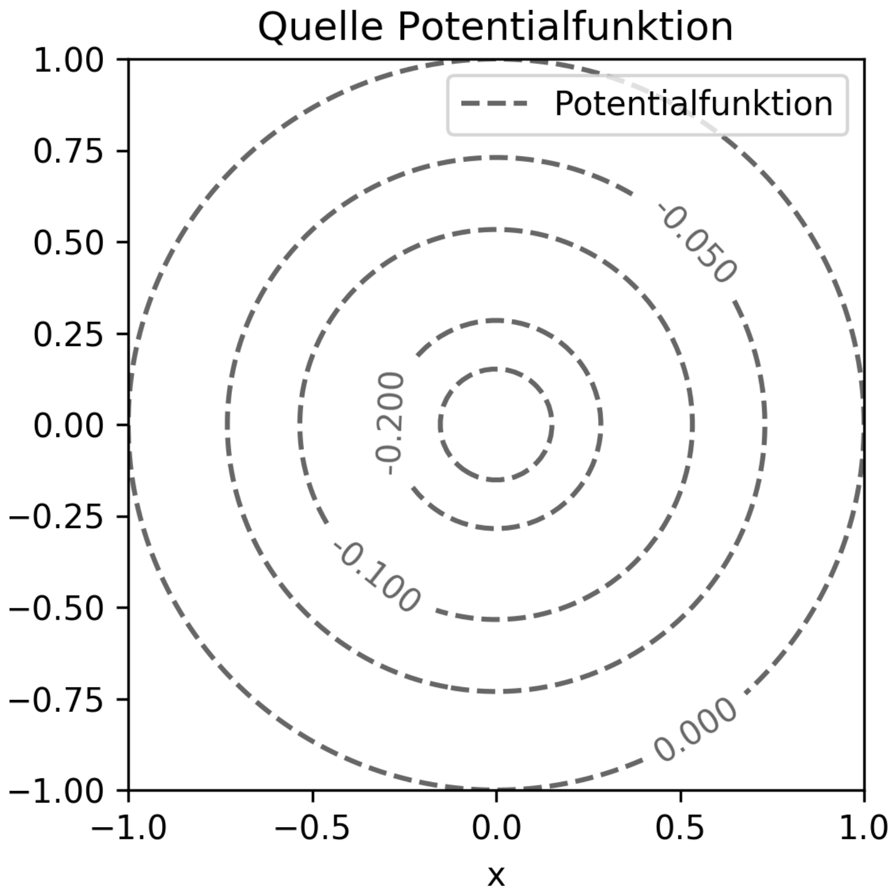


Strom- & Potentiallinien von Elementarlösungen

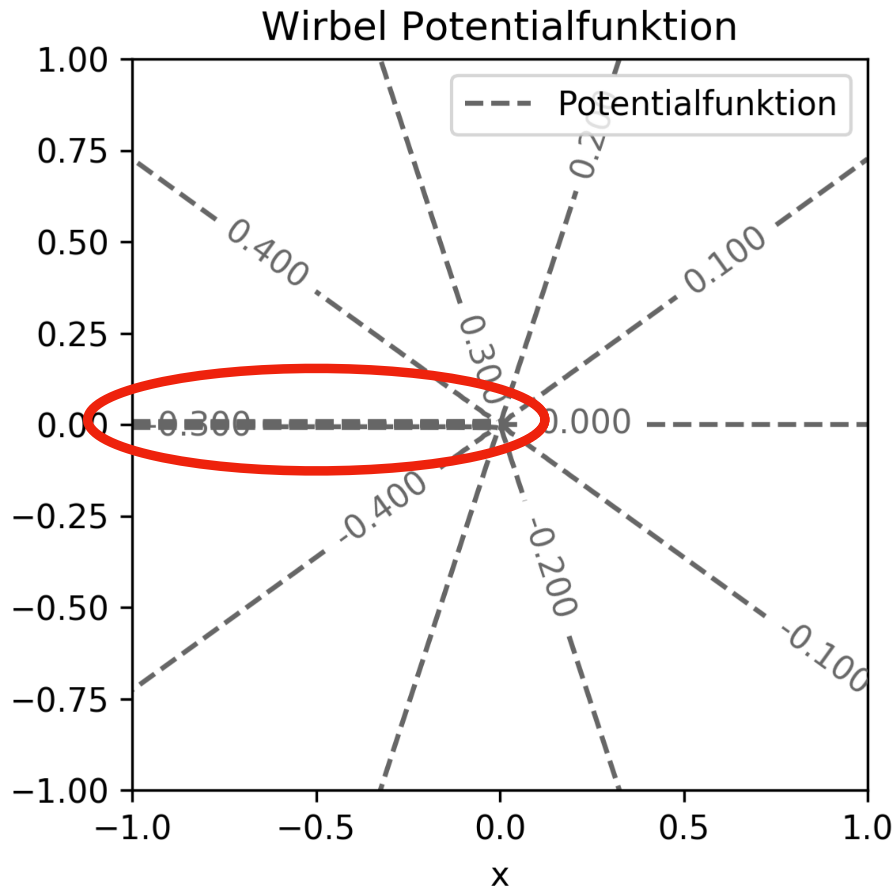


Strom- & Potentiallinien von Elementarlösungen

Quelle



Potentialwirbel



Aufgabe 2, Zwischentest 1, 2021

Eine ebene, inkompressible Potentialströmung wird durch die folgende (dimensionslose) Stromfunktion beschrieben:

$$\Psi(r,\theta) = \left(\frac{r}{R} + \frac{R}{r}\right) \sin\theta$$

Gegeben: $R \in \mathbb{R} > 0$

a) Berechnen Sie in beliebiger Reihenfolge:
   - die Geschwindigkeitskomponenten $u_r(r,\theta)$ und $u_\theta(r,\theta)$
   - die Potentialfunktion $\Phi(r,\theta)$ mit $\Phi(r=R,\theta=0)=0$
   - die komplexe Potentialfunktion $F(z)$
   - die komplexe Geschwindigkeit $w(z)$
   - die Positionen (r_S,θ_S) aller Staupunkte

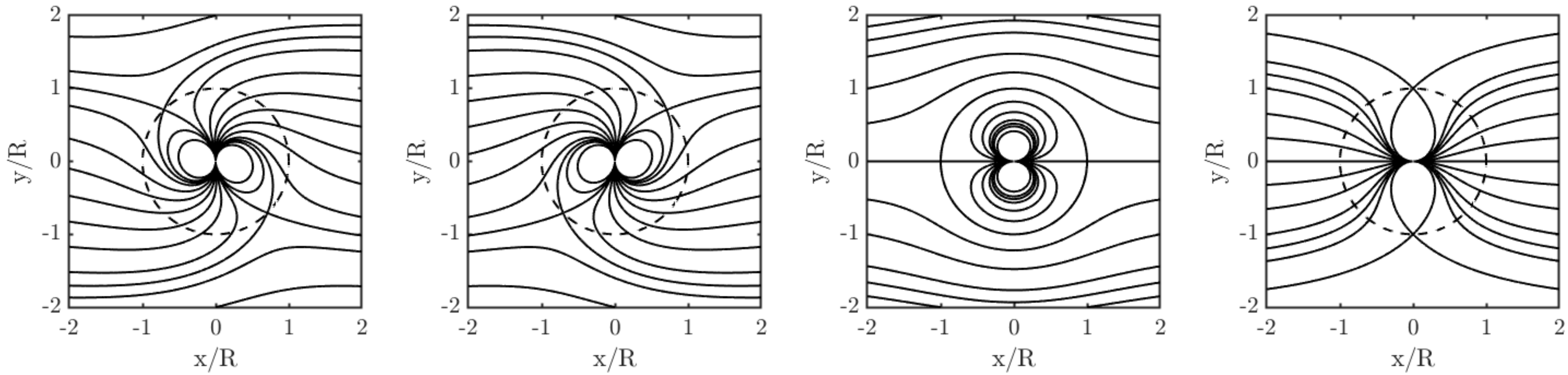
     $\Rightarrow \left(R\,,\frac{\pi}{2}\right)$ und $\left(R\,,-\frac{\pi}{2}\right)$

b) Aus welchen Elementarströmungen setzt sich $\Psi(r, \theta)$ zusammen? Geben Sie eventuelle Transformationen oder Rotationen an.

$$\Psi = \frac{r \sin\theta}{R} + \frac{R}{r} \quad \sin\theta$$

c) Welche der folgenden Strömungen kann durch die gegebene Stromfunktion beschrieben werden?

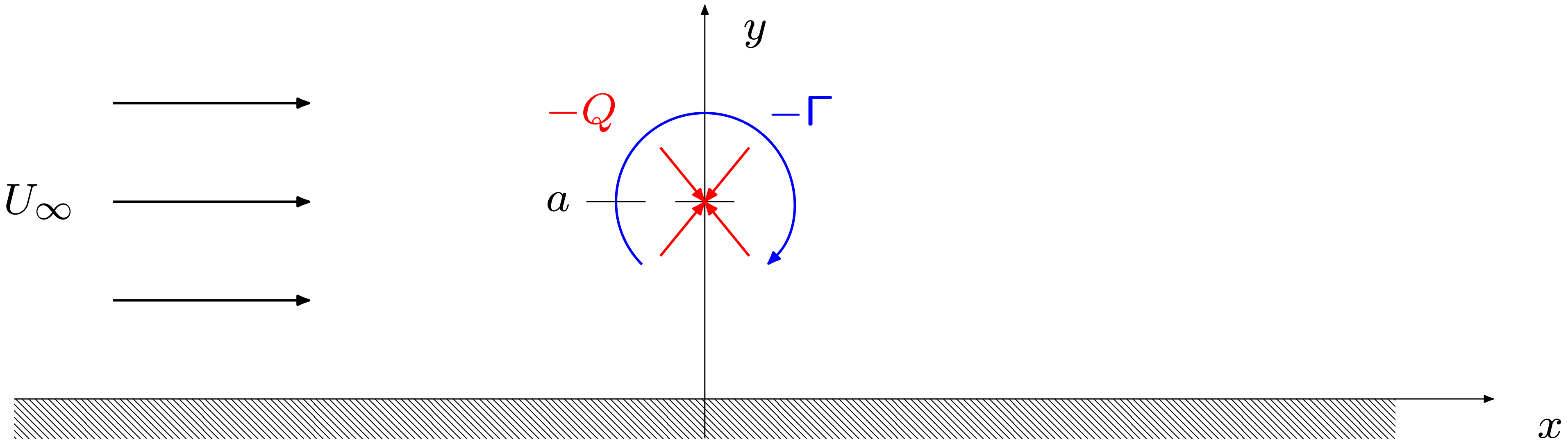
—— Stromlinien – – – Einheitskreis



① ② ③ ④

Aufgabe 2, Zwischentest 2024

Ein geradliniger aber gefährlicher Küstenabschnitt weist starke Strömungen entlang der Küstenlinie und einen Strudel (whirlpool) auf.

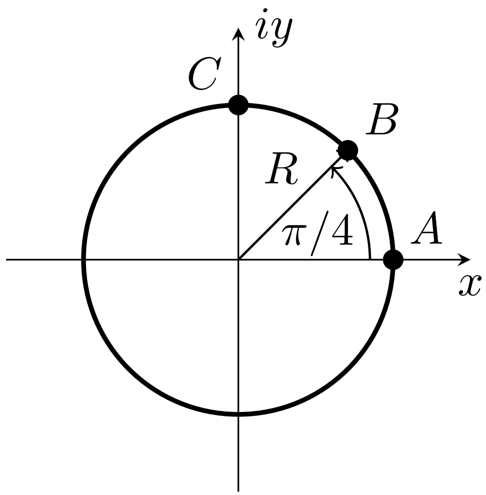


Zwischentest 1, 2018, Aufgabe 3b

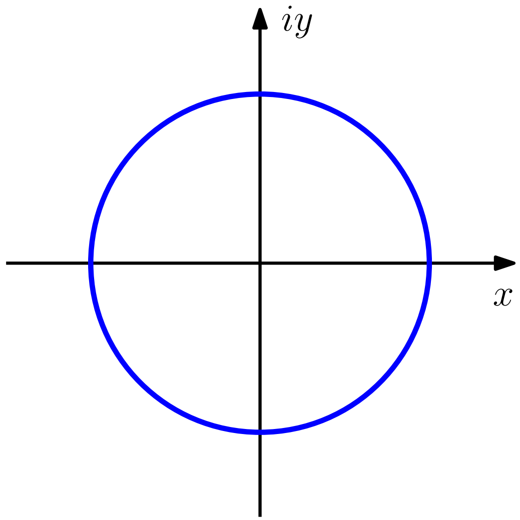
Ein Kreiszylinder um den Koordinatenursprung $(0, 0)$ mit Radius R wird mit der Joukowski-Abbildung in die ζ-Ebene abgebildet

$$\zeta(z) = z + \frac{(R/2)^2}{z}$$

Skizzieren Sie das Bild des Zylinders in der ζ–Ebene und berechnen Sie die genaue Lage der Punkte A, B und C.

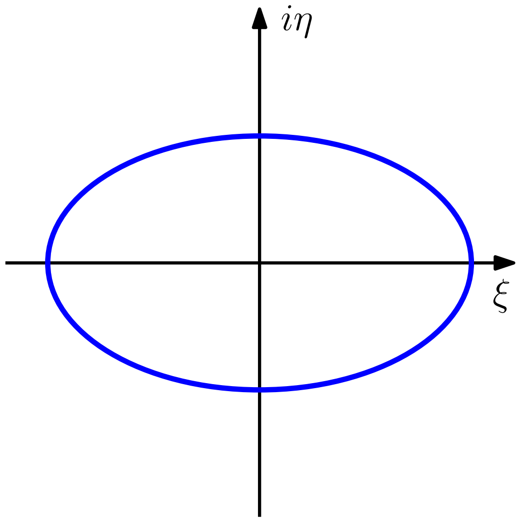


Konforme Abbildung



$$\zeta(z) = z + \frac{(R/2)^2}{z}$$

$$\longrightarrow$$



$$F(z) \qquad \longrightarrow \qquad G(\zeta) = F(z(\zeta))$$

$$w(z) = \frac{\partial F(z)}{\partial z} \qquad \longrightarrow \qquad w_\zeta = \frac{\partial G(\zeta)}{\partial \zeta} = \frac{\partial F(z)}{\partial z}\frac{\partial z}{\partial \zeta} = \frac{\partial F(z)}{\partial z}\frac{1}{\frac{\partial \zeta}{\partial z}}$$

Instationäre Potentialströmung

- Zeitunabhängige Laplace-Gleichung

$$\Delta\Phi = 0$$

- Momentane Randbedingung

$$\left(\underline{n}\cdot\underline{\nabla}\Phi\right)\Big|_R \equiv \underline{n}\cdot\underline{u}_R(t)$$

- Bernoulli-Gl. für instationäre Potentialströmung

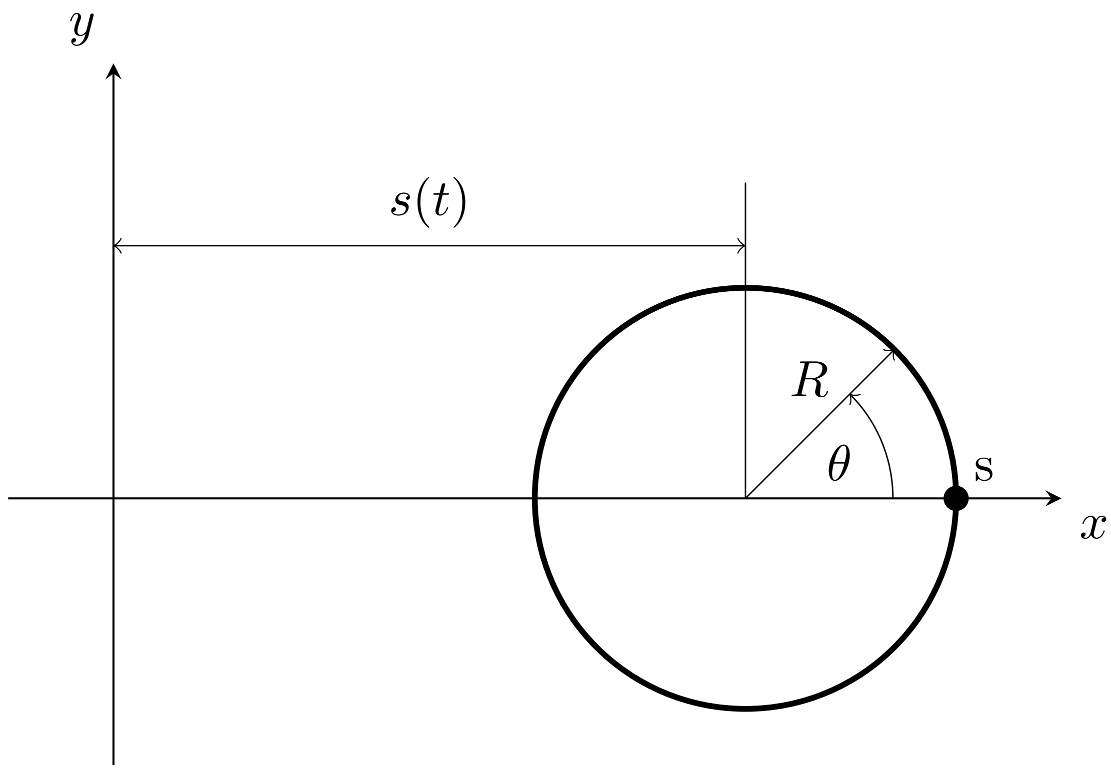
$$\frac{\partial\Phi}{\partial t} + \frac{1}{2}\left(\underline{\nabla}\Phi\right)^2 + \frac{p}{\varrho} = C(t)$$

- Konzept der virtuellen Masse

$$F = -\left(m_K + m^\star\right)\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t}$$

Aufgabe 10, Übungsserie 2.3

Ein Kreiszylinder wird mit der Geschwindigkeit $U(t)$ in x-Richtung durch ein ruhendes Fluid bewegt.



- Zeitunabhängige Laplace-Gleichung

$$\Delta\Phi = 0 \quad \Rightarrow \quad \Phi(x, y, t) = \frac{m(t)\,(x-s)}{(x-s)^2 + y^2}$$

- Momentane Randbedingung im Staupunkt $(s + R, 0)$

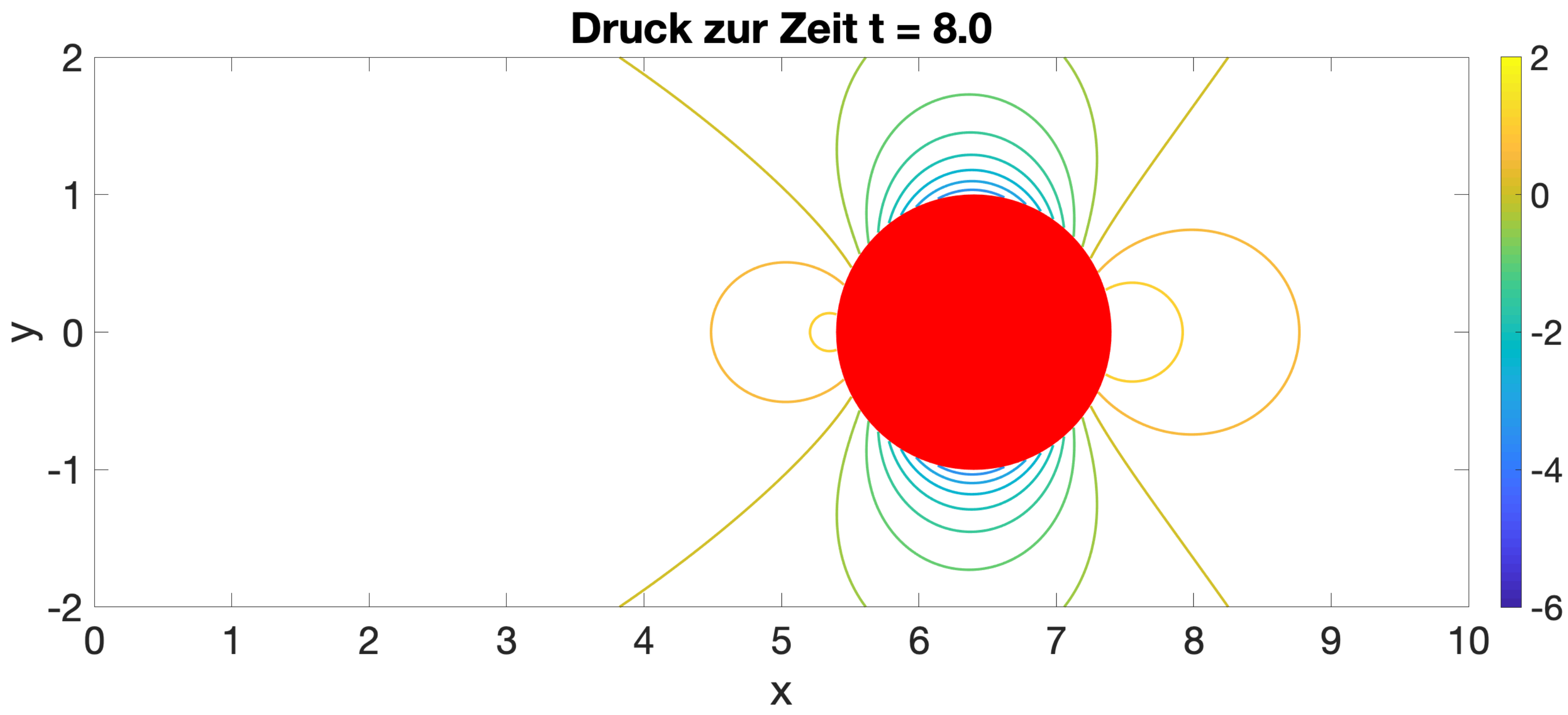
$$(\underline{n} \cdot \underline{\nabla}\Phi)\Big|_R \equiv \underline{n} \cdot \underline{u}_R(t) \quad \Rightarrow \quad u(s + R, 0, t) = \frac{\partial\Phi}{\partial x}\Big|_{(s+R,0,t)} \equiv U(t) = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$$

- Bernoulli-Gl. für instationäre Potentialströmung

$$\frac{\partial\Phi}{\partial t} + \frac{1}{2}(\underline{\nabla}\Phi)^2 + \frac{p}{\varrho} = C(t) \quad \Rightarrow \quad p\,(s + R\cos\theta, R\sin\theta)$$

- Konzept der virtuellen Masse

$$F = -\left(m_K + m^\star\right)\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t} \quad \Rightarrow \quad F_x = -\int_S (p - p_\infty)\,\underline{n} \cdot \underline{e}_x\,\mathrm{d}S = -m^\star\frac{\mathrm{d}U(t)}{\mathrm{d}t}$$


Druck zur Zeit t = 8.0
y
x
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
2
1
0
-1
-2
-6
-4
-2
0
2